

## Programme des leçons 2014

Version du 19 mars 2014

En gras italique (et en rouge) le nom de la personne qui va présenter une leçon.

Le plan (ou exercices) de certaines autres leçons seront préparés et distribués par des stagiaires (en bleu).

## Mercredi 5 février

**9h30 - 12h30.** Algèbre, Gentiana Danila. THÈME: ARITHMÉTIQUE (1).

*Leçons concernées*

**103 Creuse** Congruences dans  $\mathbb{Z}$ , anneau  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . Applications.

**104** Nombres premiers.

**157 Peugeot** Arithmétique dans  $\mathbb{Z}$ .

*Exercices concernés*

**302** Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans  $\mathbb{Z}$ .

**305** Exercices faisant intervenir les nombres premiers.

**306** Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM et mettant en œuvre des algorithmes associés.

**357 Faij** Exercices utilisant le corps  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ .

**14h - 17h.** Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: INTÉGRATION.

*Leçons concernées*

**203 Hamon** Séries à termes réels ou complexes: convergence absolue, semi-convergence (les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs étant supposés connus).

**215 Moussy** Comparaison d'une série et d'une intégrale. Applications.

**221** Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de  $\mathbb{R}$  (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.

**223** Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.

*Exercices concernés*

**402 Pouliquen** Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.

**404 El Hafidi** Exemples d'étude de la convergence de séries numériques.

**405** Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.

**407 Bertin** Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.

**408** Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes.

**436 Le Roux** Exemples d'applications de l'intégration par parties.

## Samedi 8 février

**9h - 13h.** Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: ALGÈBRE LINÉAIRE (1).

*Leçons concernées*

**107** Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.

**113 Petit** Déterminants. Applications.

**114** Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications.

**144** Notion de rang en algèbre linéaire et applications.

**155** Systèmes linéaires.

*Exercices concernés*

**311 Nicolas** Illustrer différents usages de la notion de rang.

**313 Laguel** Exercices illustrant l'utilisation de systèmes linéaires.

**314 Ramonat** Exercices illustrant l'utilisation de déterminants.

**350** Exercices faisant intervenir des opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes d'une matrice.

## Mercredi 12 février

**9h30 - 12h30.** Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: GROUPES.

### *Leçons concernées*

- 101** *Massenet* Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.
- 102** Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.
- 119** *Morvan* Utilisation des nombres complexes en géométrie.
- 142** Utilisation de groupes en géométrie.

### *Exercices concernés*

- 301** Exercices sur les groupes.
- 323** Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.
- 356** *Davin* Exercices utilisant les permutations d'un ensemble fini.

**14h - 17h.** Analyse et Géométrie, David Hermann. THÈME: ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES.

### *Leçons concernées*

- 224** *Lacroix* Équations différentielles linéaires d'ordre deux:  $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$ , où  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sont des fonctions continues sur un intervalle de  $\mathbb{R}$ , à valeurs réelles ou complexes.
- 225** Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants. Exemples.

### *Exercices concernés*

- 428** Exemples d'étude et de résolution d'équations différentielles scalaires.
- 429** Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires.
- 430** *Saint-Germain* Exemples d'équations différentielles issues des sciences physiques ou chimiques.
- 441** Exemples de systèmes différentiels linéaires en dimension 2 ou 3. Allure des trajectoires.
- 445** Exemples de résolution exacte et de résolution approchée d'équations différentielles scalaires.
- 449** *Adamcik* Exemples d'équations différentielles non linéaires.
- 450** Exemples d'équations différentielles issues de la biologie.

## Samedi 15 février

**9h - 13h.** Analyse, Georges Skandalis. THÈME: APPROXIMATION.

### *Leçons concernées*

- 251** Algorithmes de résolution approchée d'une équation numérique.
- 253** *Laguel* Approximation des solutions d'une équation différentielle.
- 254** *Mahieux* Algorithmes d'approximation du nombre  $\pi$ .
- 256** *Faj* Vitesse de convergence, accélération de convergence.
- 257** Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels.

### *Exercices concernés*

- 406** Exemples de comportement asymptotique de suites ; rapidité de convergence.
- 417** *Le Roux* Exemples illustrant divers modes d'approximation de fonctions numériques.
- 432** Exemples d'approximations d'un nombre réel.
- 444** Exemples d'algorithmes de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série.

## Mercredi 19 février

**9h30 - 12h30.** Algèbre, Gentiana Danila. THÈME: ARITHMÉTIQUE (2).

### *Leçons concernées*

- 106 Boveresse** PGCD dans  $K[X]$ , où  $K$  est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications.
- 143** Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes.
- 159** Algorithme d'Euclide. Calcul de PGCD et de coefficients de Bézout. Applications.
- 165** Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.

### *Exercices concernés*

- 303 Nicolas** Exercices faisant intervenir la notion d'idéal d'un anneau commutatif.
- 304 Hérizi** Exercices faisant intervenir le théorème de Bézout.
- 309 Petit** Exercices faisant intervenir des polynômes et fractions rationnelles sur  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .
- 351 Creuse** Exercices faisant intervenir des polynômes irréductibles.

**14h - 17h.** Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: PROBABILITÉS.

### *Leçons concernées*

- 164** Combinatoire et dénombrements.
- 230 Pegeot** Probabilité conditionnelle et indépendance. Variables aléatoires indépendantes. Variance, covariance.
- 232 Faÿ** Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.
- 258 Brahim** Couples de variables aléatoires possédant une densité. Covariance. Exemples d'utilisation.
- 260** Couples de variables aléatoires discrètes. Covariance. Exemples d'utilisation.
- 261** Variables aléatoires discrètes. Exemples.

### *Exercices concernés*

- 307** Exercices faisant intervenir des dénombrements.
- 435** Exemples d'étude probabiliste de situations concrètes.
- 437 Lacroix** Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.
- 438** Exemples de problèmes de dénombrement. Utilisation en probabilités.

## Samedi 22 février

**9h - 13h.** Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: ESPACES EUCLIDIENS.

### *Leçons concernées*

- 117** Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.
- 123 Creuse** Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications.
- 125** Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, formes réduites.
- 137** Droites et cercles dans le plan affine euclidien.
- 146** Coniques.

### *Exercices concernés*

- 325** Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3.
- 334 Morvan** Exercices sur les coniques.
- 345** Exercices sur les triangles.
- 347** Exercices faisant intervenir la trigonométrie.
- 354** Exercices sur les cercles et les sphères.

## Mercredi 5 mars

**9h30 - 12h30.** Analyse, Georges Skandalis. THÈME: SUITES.

### *Leçons concernées*

**201 Six** Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.

**263 Oculi** Suites dans un espace vectoriel normé de dimension finie (les résultats sur les suites réelles étant supposés connus).

### *Exercices concernés*

**401 Faÿ** Exemples d'étude de suites de nombres réels ou complexes.

**403 Davin** Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence.

**14h - 17h.** Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: SÉRIES DE FONCTIONS.

### *Leçons concernées*

**209** Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.

**210** Séries entières de variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.

**212** Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés de la somme. Exemples.

**213 Faÿ** Exponentielle complexe ; fonctions trigonométriques, nombre  $\pi$ .

### *Exercices concernés*

**410 Ramonat** Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions.

**413** Exemples d'applications des séries entières.

**414 Hérizi** Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.

**451 Laguel** Exemples d'applications des transformées de Fourier et Laplace.

## Samedi 8 mars

**9h - 13h.** Analyse, Georges Skandalis. THÈME: DIVERS.

### *Leçons concernées*

**112 Cazes** Changements de bases en algèbre linéaire. Applications.

**150 Nicolas** Diverses factorisations de matrices.

**166 Razafimandimby** Diverses méthodes de codage et de cryptage.

### *Exercices concernés*

**346 Pouliquen** Exemples de problèmes modélisés par des graphes.

**349 Creuse** Exemples de méthodes de chiffrement ou de codage.

**355 Lacroix** Exercices faisant intervenir des automorphismes orthogonaux.

## Mercredi 12 mars

**9h30 - 12h30.** Algèbre, Gentiana Danila. THÈME: GROUPES ET GÉOMÉTRIE.

### *Leçons concernées*

**148** Angles dans le plan.

**158 Creuse** Actions de groupes. Exemples et applications.

### *Exercices concernés*

**328** Exemples d'utilisation de transformations en géométrie.

**330** Exercices faisant intervenir les angles et les distances en dimensions 2 et 3.

**339 Petit** Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.

**340** Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.

**14h - 17h.** Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: INTÉGRALES.

*Leçons concernées*

**220 Creuse** Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration ou estimation de l'erreur.

**246 Pouliquen** Applications de l'analyse au calcul des grandeurs (longueur, aire, volume...).

*Exercices concernés*

**421** Exemples de calcul exact et de calcul approché de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment.

**425** Exemples de calculs d'aires et de volumes.

**426** Exemples et applications de calculs d'intégrales multiples.

**446** Exercices sur les aires et les volumes.

**Samedi 15 mars**

**9h - 13h.** Analyse, Georges Skandalis. THÈME: TOPOLOGIE.

*Leçons concernées*

**204** Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes.

**205** Espaces préhilbertiens: projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Application à l'approximation des fonctions.

**206 Pegeot** Parties compactes de  $\mathbb{R}^n$ . Fonctions continues sur une telle partie. Exemples et applications.

**208 Faÿ** Problèmes de point fixe.

**244** Inégalités en analyse ou en probabilités. Par exemple: Cauchy-Schwarz, Markov, Bessel, convexité...

**266 Benhamou** Applications linéaires continues, normes associées.

*Exercices concernés*

**409 Hérizi** Exercices sur les suites de polynômes orthogonaux.

**439** Exemples d'étude d'applications linéaires continues et de leur norme.

**447** Exemples d'équations fonctionnelles.

**Mercredi 19 mars**

**9h30 - 12h30.** Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: ESPACE AFFINE.

*Leçons concernées*

**128 Brahim** Barycentres. Applications.

**129** Droites et plans dans l'espace.

**131** Applications affines en dimension finie. Propriétés et exemples.

*Exercices concernés*

**326** Exercices faisant intervenir la notion de barycentre ou d'application affine.

**342 Nicolas** Exercices de géométrie faisant intervenir le choix d'un repère.

**14h - 17h.** Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: PROBABILITÉS (2).

*Leçons concernées*

**229 Mahieux** Suite de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli. Variable aléatoire de loi binomiale.

**231 Faÿ** Espérance, variance ; loi faible des grands nombres.

**241 Hérizi** Diverses notions de convergence en analyse ou en probabilités. Exemples.

**249 Pouliquen** Loi normale en probabilités et statistique.

**259 Bertin** Utilisation de la loi binomiale en probabilités et en statistique.

*Exercices concernés*

**448** Exemples d'utilisation d'intervalles de fluctuation et d'intervalles de confiance.

## Samedi 22 mars

9h - 13h. Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: ALGÈBRE LINÉAIRE (2).

### *Leçons concernées*

- 109 **Lacroix** Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie. Exemples.
- 120 Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie. Applications.
- 121 **Hérizi** Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel euclidien de dimension finie. Applications géométriques.
- 151 Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
- 163 Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.

### *Exercices concernés*

- 316 Exercices faisant intervenir des formes linéaires.
- 317 Exercices sur les endomorphismes diagonalisables.
- 321 Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés.
- 322 Exercices sur les formes quadratiques.
- 353 **Oculi** Exercices utilisant la notion d'élément nilpotent.

## Mercredi 26 mars

9h30 - 12h30. Algèbre, Gentiana Danila. THÈME: ALGÈBRE LINÉAIRE.

### *Leçons concernées*

- 110 **Petit** Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.
- 118 **Bertin** Construction et utilisation de bases orthonormales dans un espace euclidien.
- 156 Valeurs propres. Recherche et utilisation.

### *Exercices concernés*

- 310 Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.
- 312 **Faj** Illustrer différents usages des matrices inversibles.
- 315 **Davin** Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés.
- 319 Exercices faisant intervenir des algorithmes de calcul matriciel.

14h - 17h. Analyse et Géométrie, David Hermann. THÈME: CALCUL DIFFÉRENTIEL.

### *Leçons concernées*

- 227 **Creuse** Fonctions de plusieurs variables: dérivées partielles, différentiabilité, fonctions de classe  $C^1$ . Exemples.
- 228 Extremums pour une fonction de plusieurs variables réelles.
- 262 **Petit** Étude métrique des courbes planes.
- 265 Inversion locale, difféomorphismes.

### *Exercices concernés*

- 431 Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.
- 440 **Saint-Germain** Exercices sur les propriétés métriques des courbes planes (longueur, courbure...).
- 443 **Faj** Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations  $F(X)=0$ ,  $X$  désignant une variable réelle ou vectorielle.
- 452 Exemples d'applications du théorème des fonctions implicites.

Samedi 29 mars

9h - 13h. Analyse, Georges Skandalis. THÈME: ANALYSE RÉELLE.

*Leçons concernées*

207 Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.

216 Théorèmes des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles. Applications.

217 Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.

218 Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.

219 Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.

236 Problèmes de prolongement de fonctions d'une variable réelle.

264 Fonctions développables en série entière.

*Exercices concernés*

415 Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.

418 Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables.

434 Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.