

**Géométrie non commutative (9+9 ECTS)****Andrzej Zuk**

1er semestre

**Présentation**

---

Le but de la géométrie non commutative est d'utiliser des outils de la géométrie différentielle pour l'étude de certaines algèbres non commutatives, qui apparaissent naturellement à la fois en mathématique et en physique. Nous étudierons particulièrement l'espace non commutatif dual d'un groupe non abélien.

**Programme**

---

On commencera par les bases de la théorie des algèbres d'opérateurs. On présentera les notions et théorèmes de base dues à von Neumann, Gelfand ainsi que d'autres mathématiciens.

On exposera les développements tout récents en relations avec le progrès remarquable en ce qui concerne la théorie de groupes.

Partie de base I :

Théorie spectrale :

Algèbres de Banach, spectre, transformée de Gelfand.

C\* algèbres commutatives, opérateurs auto-adjoints sur un espace de Hilbert.

C\* algèbres :

Construction GNS.

C\*-algèbre d'un groupe discret.

Moyennabilité et nucléarité. Simplicité, exactitude.

Partie avancée II :

Algèbres de von Neumann :

Topologie faible, théorème du bicommutant, décomposition polaire.

Algèbre de von Neumann d'un groupe discret.

Facteurs de type II<sub>1</sub>, dimension continue.

Classification.

Théorie de groupes :

La propriété (T).

La conjecture de Baum-Connes.

La conjecture de Dixmier.

**Connaissances requises**

---

Une connaissance d'analyse fonctionnelle est utile.

**Bibliographie**

---

[1] A. Connes : Noncommutative Geometry, disponible sur <http://www.alainconnes.org/docs/book94bigpdf.pdf>

[2] V.F.R. Jones : Von Neumann algebras, Notes de cours, disponible sur <http://www.math.berkeley.edu/~vfr/VonNeumann.pdf>

Des références bibliographiques ponctuelles seront en outre données pendant le cours.