

**Variétés hamiltoniennes et quantification géométrique (9 ECTS)****Xiaonon Ma**2<sup>e</sup> semestre**Présentation**

---

La première partie de mon cours est une introduction sur la géométrie symplectique et l'action de groupe sur les variétés. Le concept central est l'application moment associée à une action d'un groupe sur une variété symplectique. La deuxième partie de mon cours est des applications variées reliée à l'application moment: localisation, quantification géométrique, théorie de représentation, Théorie géométrique des invariants etc.

**Programme**

---

- Variétés symplectiques, Variétés Hamiltoniennes, Définitions.
- Théorème de Darboux.
- les groupes de cohomologie d'un groupe de Lie et de son algèbre de Lie.
- L'application moment et réduction symplectique.
- Exemples de réduction symplectique : variétés torique et polytope de Delzant, l'espace de module de  $GS$ -fibrés principaux plats sur une surface de Riemann compacte.
- Convexité de l'application moment.
- Application moment et Orbites fermées pour l'action d'un groupe réductif complexe.
- Cohomologie équivariante et classes caractéristiques.
- La formule de localisation de Duistermaat-Heckman et Berline-Vergne.
- Image de la mesure de Liouville par l'application moment et volumes des espaces réduits.
- Préquantification, action et moment,  
Exemple 1 : variétés torique  
Exemple 2 : Théorème de Borel-Weil-Bott sur la réalisation géométrie de représentation irréductible d'un groupe de Lie compact connexe.
- Quantification géométrique.
- Théorie géométrique des invariants et la réduction symplectique.
- Quantification commute à la réduction symplectique.

**Connaissances requises**

---

Variétés différentielles.

**Bibliographie**

---

- [1] X. Ma, Hamiltonian manifolds and geometric quantizations. Poly de mon cours, 240 pp.
- [2] Cannas da Silva, Ana, Lectures on symplectic geometry. Lecture Notes in Mathematics, 1764. Springer-Verlag, Berlin, 2001. xii+217 pp.
- [3] V. Guillemin, S. Sternberg, Symplectic techniques in physics. Second edition. Cambridge University Press, Cambridge, 1990. xii+468 pp.
- [4] M. Vergne, Quantification géométrique et réduction symplectique. Séminaire Bourbaki, Vol. 2000/2001. Astérisque No. 282 (2002), 249-278.