

**Introduction à la géométrie sous-riemannienne (9 ECTS)**

**Davide Barilari**

1<sup>er</sup> semestre

**Présentation**

---

On propose une introduction à la géométrie sous-riemannienne, notamment autour des questions de l'existence, caractérisation et régularité des géodésiques sous-riemanniennes. On introduira notamment le formalisme hamiltonien, qui est le langage naturel pour traiter ce genre de problèmes.

**Programme**

---

- Le problème isopérimétrique et le groupe de Heisenberg
- Distributions vectorielles : théorèmes de Frobenius et de Rashewskii-Chow
- Distance sous-riemannienne : définitions et propriétés fondamentales
- Géodésiques : existence et conditions nécessaires du premier ordre
- Géométrie symplectique et formulation hamiltonienne : géodésiques normales et anormales
- Les géodésiques normales sont lisses et localement minimizantes
- Autour de la régularité des géodésiques anormales et problèmes ouverts.

**Connaissances requises**

---

Connaissances de base de géométrie différentielle. Il n'est pas strictement nécessaire d'avoir suivi un cours de géométrie riemannienne.

**Bibliographie**

---

-- Référence principale :

Notes de cours :

- [1] Agrachev, D. Barilari, U. Boscain - Introduction to geodesics in sub-Riemannian geometry  
Chapitre dans "Geometry, Analysis and Dynamics in SR manifolds, vol.II", EMS Lecture Notes series (2016).

Ces notes de cours publiées sont une partie d'un livre en cours de publication, dont une version préliminaire est disponible à la page web : <https://webusers.imj-prg.fr/~davide.barilari/Notes.php>

-- Autres références:

- [1] A. Bellaïche, The tangent space in sub-Riemannian geometry, in: Bellaïche A., Risler JJ. (eds) Sub-Riemannian Geometry. Progress in Mathematics, vol 144. Birkhäuser Basel.
- [2] F. Jean, Control of Nonholonomic Systems : from Sub-Riemannian Geometry to Motion Planning, Springerbriefs in Mathematics, 2014.
- [3] R. Montgomery, A tour in sub-Riemannian geometries, their geodesics and applications, vol. 91 of Mathematical Surveys and Monographs. American Mathematical Society, Providence, RI (2002).
- [4] L. Rifford, Sub-Riemannian Geometry and Optimal Transport, Springerbriefs in Mathematics, 2014.