

Mathématiques Financières (9 ECTS)
Jean-François Chassagneux & Noufel Frikha
1^{er} semestre

Présentation

L'objectif du cours est de maîtriser les modèles et méthodes stochastiques utilisés dans les salles de marché et d'acquérir les premières notions de la gestion des risques financiers. Les aspects mathématiques et financiers seront présentés en parallèle ; les nouveaux concepts mathématiques seront immédiatement illustrés par leurs applications à la finance. Pour le côté mathématique on abordera notamment le mouvement brownien et l'intégration stochastique ; la formule d'Itô, le changement de probabilité et les équations différentielles stochastiques.

Pour le côté finance, on étudiera le modèle de Black et Scholes et ses extensions ; la technique de changement de numéraire ; la diffusion implicite de Dupire ; la valorisation d'options exotiques par Monte Carlo. Une place importante sera dédiée à la simulation, afin que les connaissances acquises soient directement opérationnelles. L'accent sera également mis sur la compréhension des limites de la modélisation, pour bien identifier les risques associés.

Programme

- Vecteurs gaussiens et mouvement brownien. Modèle du mouvement brownien géométrique pour les cours des actifs.
- Intégration stochastique par rapport au mouvement brownien. Représentation dynamique d'un portefeuille autofinçant.
- Formule d'Itô pour le mouvement brownien et pour les processus d'Itô. Formule de Black et Scholes pour les prix d'options européennes.
- Changement de probabilité et théorème de Girsanov. Valorisation risque-neutre. Calcul des prix par Monte Carlo. Technique de changement de numéraire.
- Équations différentielles stochastiques. Discrétisation des processus. Processus d'Ornstein-Uhlenbeck et de Cox-Ingersoll-Ross. Modélisation de la volatilité. Diffusion implicite de Dupire.
- Lien entre EDS et EDP ; formule de Feynman-Kac. Valorisation d'options exotiques.
- Introduction à la gestion des risques financiers.